

Modelo didáctico basado en la teoría socioepistemológica para desarrollar el pensamiento matemático variacional en los estudiantes de la educación media

Teaching model based on socioepistemological theory to develop variational mathematical thinking in secondary school students

Carlos Alberto Présiga Vargas

*Universidad Metropolitana De Educación Ciencia y Tecnología UMECIT
Panamá*

Helmer Muñoz Hernández

*Director de Tesis
Universidad Metropolitana De Educación Ciencia y Tecnología UMECIT
Universidad del Sinú*

Resumen

El presente artículo tuvo como objetivo, el diseño de un modelo didáctico, basado en la teoría socioepistemológica, para desarrollar el pensamiento matemático variacional de los estudiantes de la educación media. La población estuvo conformada por 409 estudiantes de las instituciones públicas del municipio de Copacabana en Colombia. La investigación es de corte cualitativa, bajo el paradigma del enfoque de la comprensión holística de la ciencia y la investigación, con el método holopráxico y tipo de investigación proyectiva, que facilita la elaboración de la propuesta, para dar solución a la problemática. Los instrumentos aplicados para la recolección de la información fueron un cuestionario para docentes, un cuestionario para estudiantes y un análisis documental, los cuales permitieron hallar la relación entre la teoría socioepistemológica y el desarrollo del pensamiento variacional. El análisis de resultados se realizó mediante técnicas cualitativas, fundamentalmente, de tipo descriptivo. Se concluyó que los estudiantes de la educación media del Municipio de Copacabana tienen un nivel bajo en el desarrollo del pensamiento matemático variacional, por lo que se hace necesario proponer un modelo didáctico basado en la teoría socioepistemológica, que permita potenciar el pensamiento matemático variacional y que les facilite la continuación de sus estudios universitarios.

Palabras clave: *Teoría socioepistemológica, pensamiento variacional, modelo didáctico, educación matemática.*

Abstract

The objective of this article was to design a teaching model based on socioepistemological theory to develop variational mathematical thinking in secondary school students. The population consisted of 409 students from public institutions in the municipality of Copacabana in Colombia. The research is qualitative, under the paradigm of the holistic understanding of science and research, using the holopractical method and projective research, which facilitates the development of the proposal to solve the problem. The instruments used to collect information were a questionnaire for teachers, a questionnaire for students, and a document analysis, which allowed us to find the relationship between socio-epistemological theory and the development of variational thinking. The analysis of results was carried out using qualitative techniques, mainly of a descriptive nature. It was concluded that secondary school students in the municipality of Copacabana have a low level of development of variational mathematical thinking, making it necessary to propose a teaching model based on socio-epistemological theory that enhances variational mathematical thinking and facilitates the continuation of their university studies.

Keywords: *Socioepistemological theory, variational thinking, teaching model, mathematics education.*

Date of Submission: 08-09-2025

Date of acceptance: 19-09-2025

I. INTRODUCTION

La educación matemática ha sido históricamente una piedra angular en el desarrollo de la humanidad, sirviendo como un cimiento indispensable para el avance de las ciencias, la tecnología y el pensamiento lógico.

Sin embargo, a pesar de su innegable relevancia, su enseñanza y aprendizaje han representado un desafío constante y complejo, generando dificultades significativas que persisten en el sistema educativo contemporáneo. Este Artículo titulado "Modelo didáctico basado en la teoría socioepistemológica para desarrollar el pensamiento matemático variacional en los estudiantes de la educación media del municipio de Copacabana," se centra en abordar estas problemáticas, reconociendo la necesidad crítica de innovar en la práctica pedagógica.

La Ley General de Educación de Colombia (Ley 115 de 1994) marcó un punto de inflexión al impulsar una renovación curricular que buscaba, entre otros objetivos, priorizar el desarrollo de competencias matemáticas. Esta reforma tenía la visión de capacitar a los estudiantes para enfrentar los desafíos de un mundo dinámico, resolviendo problemas y comprendiendo la incertidumbre inherente a diversos fenómenos. A partir de este marco normativo, se establecieron los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, documentos que organizaron el pensamiento matemático en cinco categorías esenciales, incluyendo el pensamiento variacional.

El pensamiento variacional, en particular, se erige como una competencia fundamental para la formación de ciudadanos capaces de interpretar, modelar y actuar ante fenómenos de cambio en su entorno. Es un pensamiento de orden superior que prepara a los estudiantes para cursos universitarios avanzados, como el cálculo, la física y otras ciencias. Su dominio permite a los estudiantes reconocer, analizar y modelar variaciones en distintos contextos, lo que es esencial para la resolución de problemas en la vida cotidiana y en el ámbito académico.

A pesar de su importancia, el desarrollo del pensamiento variacional presenta notables deficiencias en el contexto colombiano. Los resultados de pruebas estandarizadas como PISA y Saber 11 evidencian un bajo rendimiento de los estudiantes en matemáticas, reflejando serias dificultades en la aplicación de conocimientos para la resolución de problemas. Por ejemplo, en las pruebas Saber 11, los estudiantes colombianos han obtenido un promedio de 52 puntos sobre 100, lo que sugiere que apenas alcanzan la mitad de las competencias esperadas para su nivel educativo.

En el municipio de Copacabana, el panorama no es diferente. Los resultados en las pruebas Saber 11 muestran que solo un 8% de los estudiantes de las instituciones educativas territoriales alcanzan el nivel 4, el más alto de desempeño, en matemáticas. Esta cifra se contrasta con el 13% alcanzado por los colegios privados de la misma localidad, y es un claro indicador de las brechas en la calidad educativa.

Un análisis más profundo de las pruebas Saber 11 en Copacabana revela que más de la mitad de las respuestas a preguntas que requerían la proposición de estrategias o la validación de procedimientos matemáticos para la resolución de problemas fueron incorrectas. Este hallazgo es alarmante, ya que indica una limitación significativa en la capacidad de los estudiantes para aplicar sus conocimientos, lo que está directamente relacionado con un desarrollo insuficiente del pensamiento variacional.

Las causas de esta problemática son multifactoriales y se entrelazan con la historia de la educación matemática en Colombia. Una de las principales barreras es la persistente creencia de que las matemáticas son una disciplina reservada solo para mentes privilegiadas, lo que genera una aversión y un miedo generalizados en los estudiantes. Este sentimiento negativo afecta directamente su disposición para aprender y su desempeño académico.

Además, un factor crucial que contribuye a la crisis es la prevalencia de una enseñanza tradicional, que se enfoca en la memorización de contenidos y la repetición de algoritmos, en lugar de fomentar la comprensión y la aplicación. Como lo señala Brousseau (2000), este enfoque promueve una "pobreza didáctica" que no logra mejorar de manera significativa el aprendizaje de los estudiantes.

La desconexión entre lo que se enseña en el aula y la realidad cotidiana del estudiante también juega un papel crucial. Los estudiantes a menudo se preguntan sobre la utilidad de las matemáticas en su vida diaria, lo que lleva a una falta de motivación y a una visión crítica sobre la relevancia de los contenidos educativos. La enseñanza descontextualizada limita la capacidad de los estudiantes para encontrarle sentido y significado a los conceptos matemáticos.

Las consecuencias de estas deficiencias son profundas y de gran alcance. Los estudiantes con un bajo rendimiento en matemáticas enfrentan grandes obstáculos para acceder a la educación superior, especialmente en universidades públicas. Aquellos que logran ingresar a carreras relacionadas con las matemáticas están en alto riesgo de deserción, ya que carecen de las competencias fundamentales para superar asignaturas como cálculo y física.

El bajo rendimiento en matemáticas ha sido identificado como una de las principales causas de deserción universitaria en Colombia. Los estudiantes no solo tienen dificultades para resolver problemas, sino que también luchan por comprender e interpretar los enunciados y proponer estrategias adecuadas para alcanzar una solución. Esta falta de habilidades es un reflejo directo del escaso desarrollo de su pensamiento variacional.

En respuesta a esta compleja problemática, la teoría socioepistemológica de la educación matemática emerge como un enfoque prometedor y pertinente. Esta teoría postula que el conocimiento matemático no es un conjunto de verdades universales y abstractas, sino una construcción cultural y social. Propone que la enseñanza debe partir de las prácticas sociales de los individuos, es decir, de sus vivencias y contextos, para que el conocimiento sea significativo y funcional.

El enfoque socioepistemológico desafía el modelo didáctico tradicional, que se ha demostrado insuficiente para abordar las necesidades de los estudiantes actuales. En cambio, propone una enseñanza que integre las dimensiones epistemológicas, cognitivas, didácticas y socioculturales del conocimiento matemático. Esto implica que los conceptos matemáticos, como el pensamiento variacional, deben ser entendidos no solo como herramientas técnicas, sino como formas de pensamiento que permiten interpretar el mundo.

La propuesta de esta investigación, el "Modelo didáctico basado en la teoría socioepistemológica," busca ofrecer una alternativa innovadora y efectiva. Su objetivo es rediseñar el discurso matemático escolar, incorporando estrategias, razonamientos y lenguajes que faciliten el análisis del cambio y la variación. Este modelo se basa en las prácticas sociales del estudiante y utiliza la resolución de problemas como el eje central del proceso de aprendizaje.

La investigación se justifica por la necesidad de ofrecer una herramienta práctica a docentes e instituciones educativas para evaluar su práctica pedagógica y proponer un cambio significativo. Al implementar este modelo didáctico, se espera que los estudiantes mejoren de manera significativa su rendimiento en pruebas estandarizadas y fortalezcan su capacidad para abordar cursos avanzados de matemáticas y otras ciencias.

El modelo propuesto se apoya en los principios de la teoría socioepistemológica, que promueve un aprendizaje activo, donde el estudiante es el protagonista en la construcción de su propio conocimiento. Valora el contexto, las experiencias y la forma de pensar de cada estudiante, ofreciendo a los docentes un conjunto de herramientas estructuradas para mediar la construcción del conocimiento desde una perspectiva reflexiva y crítica.

La metodología de esta investigación es de corte cualitativo, bajo el paradigma del enfoque de la comprensión holística de la ciencia y la investigación, utilizando el método holopráxico. Es un tipo de investigación proyectiva, que busca diseñar una propuesta para dar solución a una problemática real, demostrando un enfoque centrado en la acción y el cambio. Para la recolección de información, se utilizaron instrumentos como cuestionarios dirigidos a docentes y estudiantes, y un análisis documental. Estos permitieron identificar la relación entre la teoría socioepistemológica y el desarrollo del pensamiento variacional, así como las principales dificultades que enfrentan los estudiantes en el municipio de Copacabana.

Se espera que los resultados de esta investigación tengan un impacto positivo no solo en el municipio de Copacabana, sino que también sirvan como un recurso valioso para otras facultades de educación e investigadores a nivel nacional e internacional. La replicabilidad del modelo es un objetivo clave, con la intención de que pueda ser adaptado e implementado en otros contextos educativos con características similares. En última instancia, esta investigación busca promover una enseñanza de las matemáticas que sea más humana, inclusiva y transformadora, yendo más allá de la mera transmisión de contenidos. El objetivo es formar ciudadanos con pensamiento crítico, capaces de interpretar, cuestionar y actuar de manera efectiva ante los fenómenos que se presentan en su entorno, fortaleciendo así su formación integral.

II. ASPECTOS METODOLÓGICOS

La metodología de esta investigación se enmarca en un enfoque cualitativo, lo que permite una comprensión profunda y contextualizada de la problemática estudiada. En este sentido, el modelo epistémico o paradigma que la sustenta es el de la comprensión holística de la ciencia y la investigación, el cual busca integrar múltiples dimensiones para analizar el fenómeno educativo en su totalidad. Por consiguiente, el método empleado es el holopráxico, una aproximación que se alinea con la visión holística al combinar la teoría y la práctica en un proceso cíclico de acción-reflexión. Además, el diseño de investigación corresponde a un tipo proyectivo, cuyo objetivo principal es la elaboración de una propuesta concreta para ofrecer una solución pertinente y factible a la problemática identificada, en este caso, el diseño de un modelo didáctico.

III. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS O HALLAZGOS

El análisis de los resultados, orientado al diseño de un modelo didáctico basado en la teoría socioepistemológica, revela una serie de hallazgos significativos que confirman y profundizan la problemática de la enseñanza de las matemáticas en el contexto colombiano. En primera instancia, los datos obtenidos a través de la revisión de pruebas estandarizadas, como PISA y Saber 11, evidencian un desempeño

consistentemente bajo de los estudiantes en competencias matemáticas, lo que subraya una deficiencia estructural en la forma en que se aborda la disciplina en las aulas.

Los resultados de las pruebas Saber 11 en Colombia, por ejemplo, sitúan a los estudiantes con un promedio de 52 puntos sobre 100, un indicador de que, en general, no alcanzan ni la mitad de las competencias esperadas para su nivel educativo. Este bajo rendimiento no es un problema aislado, sino que se ha mantenido a lo largo del tiempo, lo que sugiere que las estrategias pedagógicas actuales no están siendo efectivas para generar un aprendizaje significativo y duradero.

En el caso específico del municipio de Copacabana, el panorama es aún más preocupante. El análisis revela una notoria brecha entre el desempeño de los estudiantes de instituciones educativas públicas y privadas. Mientras que solo un 8% de los alumnos en colegios públicos alcanzan el nivel 4 en matemáticas en las pruebas Saber 11, el porcentaje se eleva a un 13% en los colegios privados, lo que resalta la desigualdad en la calidad educativa y la urgente necesidad de intervención.

Un examen más detallado de las respuestas de los estudiantes a las preguntas de las pruebas estandarizadas mostró que las mayores dificultades se concentran en ítems que requieren un pensamiento de orden superior. Más de la mitad de las respuestas a preguntas que exigían la proposición de estrategias o la validación de procedimientos matemáticos fueron incorrectas. Esto confirma la hipótesis de que el problema no es solo la falta de conocimiento, sino la incapacidad para aplicarlo en la resolución de problemas de manera creativa y crítica.

El análisis cualitativo, obtenido a través de cuestionarios aplicados a docentes y estudiantes, corrobora estos hallazgos. Los profesores, por un lado, reconocen que las matemáticas son percibidas por los estudiantes como una disciplina aburrida y difícil, lo que genera una aversión generalizada. Este sentimiento negativo se convierte en un obstáculo significativo para el aprendizaje, pues los estudiantes carecen de motivación intrínseca para abordar los contenidos.

Los estudiantes, por su parte, expresan una profunda desconexión entre lo que aprenden en el aula y su vida cotidiana. Manifiestan que no le ven la utilidad a los conceptos matemáticos, lo que fomenta una actitud pasiva y de memorización, en lugar de una participación activa y reflexiva. Esta falta de contextualización es un factor clave que contribuye al bajo desarrollo de su pensamiento variacional.

La investigación también reveló que la metodología de enseñanza predominante es la tradicional, centrada en la transmisión de fórmulas y algoritmos. Este enfoque, que promueve la repetición y la memorización mecánica, es insuficiente para desarrollar competencias como el pensamiento variacional, que exige comprender los fenómenos de cambio y sus relaciones en distintos contextos. En esencia, se enseña “cómo hacer” pero no “por qué se hace”.

Ante este diagnóstico, la investigación propone la teoría socioepistemológica como una respuesta pertinente. Los resultados del análisis documental y conceptual confirmaron que esta teoría ofrece un marco sólido para abordar la problemática, ya que no concibe el conocimiento matemático como algo abstracto y universal, sino como una construcción cultural que se resignifica a través de las prácticas sociales de los individuos.

El modelo didáctico diseñado, basado en la teoría socioepistemológica, se justifica plenamente en los hallazgos de la investigación. Al poner en el centro las prácticas sociales de los estudiantes, el modelo busca superar la desconexión entre el aula y la realidad. Por ejemplo, en lugar de simplemente enseñar una función lineal, se propone abordarla a partir de situaciones cotidianas que involucran tasas de cambio, como el cálculo de tarifas o la variación de precios.

La propuesta didáctica se basa en el principio de la racionalidad contextualizada, donde el conocimiento matemático se construye en el marco de la realidad del estudiante. Los resultados sugieren que al partir de problemas auténticos y significativos, los estudiantes se comprometen de manera más activa con el proceso de aprendizaje, ya que encuentran un propósito claro en los conceptos matemáticos.

Asimismo, el modelo se apoya en el principio normativo de la práctica social, que postula que la actividad del individuo es la fuente principal de la construcción del conocimiento. Esto contrasta con los modelos tradicionales, donde el docente es el único poseedor del saber. Los hallazgos indican que cuando se

promueve la indagación y la resolución de problemas en grupo, los estudiantes desarrollan una mayor autonomía y una comprensión más profunda.

El principio del relativismo epistemológico también cobra especial relevancia, ya que el análisis de los resultados demostró que los estudiantes tienden a buscar una única respuesta correcta. El modelo propuesto, al promover la existencia de múltiples soluciones para un mismo problema, fomenta la creatividad, el pensamiento crítico y la argumentación, habilidades cruciales que están deficientemente desarrolladas.

Otro hallazgo importante es la necesidad de un diseño didáctico centrado en el desarrollo de la competencia variacional, ya que los currículos actuales no la abordan de manera explícita y coherente. El modelo propuesto ofrece una secuencia de actividades estructurada para que el estudiante transite desde la identificación de la variación hasta su modelación y representación, tanto de forma gráfica como algebraica.

Los resultados de la investigación proyectan que la implementación de este modelo tendrá un impacto directo en la mejora del rendimiento académico en pruebas estandarizadas. Al desarrollar un pensamiento matemático más robusto y aplicable, los estudiantes estarán mejor preparados para enfrentar los desafíos que estas evaluaciones presentan, especialmente en la resolución de problemas de contexto.

La investigación también revela la importancia de capacitar a los docentes en este nuevo enfoque. Los cuestionarios aplicados a los profesores mostraron un interés genuino en innovar en sus prácticas, pero también una falta de herramientas y conocimientos específicos sobre cómo aplicar la teoría socioepistemológica en el aula. El modelo didáctico se presenta, entonces, como una herramienta práctica y necesaria para guiar este cambio.

Además de la mejora en el rendimiento, se espera que el modelo influya positivamente en la actitud de los estudiantes hacia las matemáticas. Al hacerlas más relevantes y accesibles, se busca disminuir el miedo y la aversión, y transformarlas en una herramienta poderosa para la comprensión del mundo. Este cambio de mentalidad es un resultado fundamental para garantizar un aprendizaje sostenido.

El análisis de resultados demuestra que la deserción universitaria en carreras que exigen un alto nivel de matemáticas está directamente relacionada con la falta de competencias en el pensamiento variacional. Al fortalecer esta habilidad en la educación media, el modelo didáctico propuesto podría contribuir a reducir las tasas de deserción y a mejorar la retención de estudiantes en la educación superior.

La investigación concluye que el modelo didáctico diseñado es viable y pertinente para el contexto de Copacabana, ya que aborda las necesidades específicas de los estudiantes y los docentes identificadas en el análisis. Su diseño, que integra las dimensiones epistemológica, cognitiva, didáctica y sociocultural, lo convierte en una propuesta integral y sólida para transformar la enseñanza de las matemáticas.

La replicabilidad del modelo es un resultado clave. Los hallazgos sugieren que, si bien el diseño se centró en el municipio de Copacabana, los principios y la estructura del modelo pueden ser adaptados a otros contextos educativos con problemáticas similares. Esto confiere a la investigación un valor que trasciende lo local y la convierte en un recurso potencial para la educación matemática a nivel nacional e internacional.

En síntesis, el análisis de los resultados confirma que el modelo didáctico basado en la teoría socioepistemológica no es solo una propuesta teórica, sino una respuesta concreta y fundamentada a la crisis de la educación matemática en Colombia. Los hallazgos evidencian que, al reorientar la enseñanza desde las prácticas sociales de los estudiantes y al desarrollar el pensamiento variacional de manera contextualizada, es posible lograr un aprendizaje más significativo y, en última instancia, formar ciudadanos con un pensamiento más crítico y reflexivo.

CONSTRUCCIÓN Y/O APORTES TEÓRICOS ARGUMENTATIVOS

Modelos didácticos

Según García Pérez (2000), los modelos didácticos son herramientas que permiten abordar la complejidad de la educación de una forma práctica y simplificada para realizar transformaciones en la misma; son instrumentos fundamentales para abordar los problemas de la educación conectando la teoría con la práctica. De la misma manera, Martínez (2004) afirma que los modelos didácticos van a estar influenciados por la formación teórica que tiene el docente que lo construye y justifica su aplicación. Los modelos didácticos son

herramientas fundamentales en la educación ya que permiten dar solución a las problemáticas que surgen en los diferentes contextos y épocas, estos cumplen con la función de conectar la teoría y la práctica facilitando la organización del currículo.

Según González (2002), los modelos didácticos son representaciones de la realidad educativa que permiten conocer y explicar las características de la enseñanza y el aprendizaje en un determinado contexto, facilitando la toma de decisiones que contribuyan a mejorar dichos procesos y a resolver problemas existentes. Es decir, los modelos didácticos, facilitan el aprendizaje ya que permiten conocer y construir nuevas estrategias que estén acordes con las necesidades de los educandos. Para Tobón (2006), un modelo didáctico debe poseer diversos elementos como el contexto, los objetivos, contenidos, metodologías y evaluación, que permita abordar la enseñanza y el aprendizaje de una manera más integral, siendo flexible con las necesidades de los estudiantes. Para Diez (2007), estos se deben fundamentar en teorías de aprendizaje que brinden al docente herramientas que guíen su quehacer, contribuyendo a alcanzar un aprendizaje significativo de los estudiantes.

Se debe enfatizar también que existen diferentes tipos de modelos didácticos, como el tradicional, el conductista, constructivista, experiencial y los alternativos entre otros. En la educación matemática los modelos didácticos se ven caracterizados por su capacidad para lograr facilitar un aprendizaje activo y significativo. Es por eso que estos modelos no solo representan herramientas valiosas para la enseñanza, sino que también logran promover la participación de los estudiantes en el proceso del aprendizaje. Por ejemplo, durante la Primera Exposición Internacional de Material Didáctico Matemático en 1957, se hizo la presentación de modelos didácticos dinámicos y con multipropósito que lograron demostrar ser efectivos en la enseñanza de diversas temáticas en el área de las matemáticas los cuales ofrecían ventajas muy significativas por encima de los métodos tradicionales, ya que permitían que las nociones matemáticas surgieran a partir de la interacción que tiene el niño con el material (Josefa Dólera-Almaida & Dolores Carrillo-Gallego, 2023). De esta manera, los estudiantes se convirtieron en protagonistas de su propio aprendizaje, lo que es fundamental para el desarrollo de habilidades matemáticas robustas.

La implementación de estos modelos didácticos dinámicos y multipropósito en la educación matemática mejora la interacción del estudiante con el conocimiento y fomenta un ambiente colaborativo en el aula. También, permiten a los estudiantes explorar conceptos matemáticos a su propio ritmo lo que facilita un aprendizaje más profundo y duradero. Es por esto que al centrar la enseñanza en el estudiante se promueve la autonomía y la autoeficacia que son elementos esenciales para desarrollar una comprensión robusta de las matemáticas. Además, al poder involucrar a los alumnos dentro de las actividades prácticas y manipulativas, se hace posible que las ideas matemáticas puedan surgir de sus propias experiencias, lo cual es clave para consolidar el aprendizaje significativo (Josefa Dólera-Almaida & Dolores Carrillo-Gallego, 2023). Por tal motivo, la capacitación de los docentes en el uso de estos modelos es de gran importancia para lograr un impacto positivo en el aprendizaje de las matemáticas.

A través de la historia, desde Comenio hasta hoy se han empleado diferentes estrategias, métodos y técnicas, con la finalidad de colocar en práctica un proceso de enseñanza y aprendizaje en donde el docente debe realizar una planificación detallada, teniendo en cuenta diferentes aspectos como, qué es lo que quiere y necesita la población a la que va dirigida la intervención, los recursos necesarios y el currículo entre otros. En este sentido, según Flechsig y Schiefelbein (2003), las principales características de los modelos didácticos son las siguientes:

La diversidad de estilos de aprendizajes de los estudiantes, que el docente debe tener en cuenta, para planear sus clases, ya que debe ofrecer un abanico de posibilidades que se adapten a los estudiantes.

Los modelos deben tener la posibilidad de ser flexibles y adaptables a los diferentes contextos y necesidades de los estudiantes.

Los modelos didácticos, deben tener un sistema de evaluación propio, que proporcione la suficiente información sobre su funcionamiento.

El docente debe seleccionar el modelo más eficiente, con base en las características del contexto y los estudiantes.

Los modelos didácticos, deben iniciar con un diseño didáctico, donde se describen los diferentes elementos, como los ambientes de aprendizaje, tareas, roles que deben cumplir los docentes y estudiantes, y las competencias a alcanzar. Después de esto se debe aplicar el modelo, teniendo en cuenta que este puede ser modificado, por los diferentes actores involucrados, teniendo en cuenta su creatividad.

El contexto

En los Lineamientos Curriculares de matemáticas (1998) se menciona que el contexto del estudiante es fundamental para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje, el cual tiene que ver con los ambientes que rodean a los estudiantes, así como las condiciones culturales y sociales, locales e internacionales, los intereses generados, las creencias, las condiciones económicas, las cuales deben ser tenidas en cuenta en los modelos didácticos aplicados. El modelo didáctico propuesto en esta investigación se basa en la teoría

socioepistemológica, que postula precisamente, que la construcción del conocimiento matemático debe partir de las prácticas sociales de los estudiantes, es decir, las vivencias que hacen parte del contexto son fundamentales para que el conocimiento matemático cobre sentido y produzca un aprendizaje significativo que permita aplicarlo en otros contextos. Las situaciones problemáticas, procedentes de la vida cotidiana de los estudiantes, o de las ciencias mismas, son el contexto más propicio para llevar a cabo el proceso de aprendizaje de tal manera que se relacione con la cultura, el desarrollo de los procesos de pensamiento y la utilidad de las matemáticas. Por lo anterior este modelo está acorde con los Lineamientos Curriculares de matemáticas, que son los referentes del Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Tradicionalmente los conocimientos matemáticos se presentan de una manera abstracta y descontextualizada, donde los docentes, explican los conceptos, proponen ejercicios de practica y finalmente se aplican a la solución de algunos problemas. Esto no debe suceder siempre de la misma forma, ya que se corre el riesgo de que el estudiante solo memorice los conceptos y no les dé sentido en su cotidianidad. En el modelo propuesto en esta investigación, se busca invertir dicho proceso, donde se inicie el aprendizaje desde las prácticas sociales del estudiante, y a partir de allí se genere la construcción del conocimiento matemático. Lo anterior también se menciona en los Lineamientos Curriculares de matemáticas (1998), lo cual sugiere que este modelo puede traer muchos beneficios para los estudiantes, como el aprendizaje activo donde el alumno manipule los objetos matemáticos, que sea autónomo en el desarrollo de sus capacidades mentales, que se prepare para resolver problemas en otros contextos y que pueda hacer aportes a la ciencia y la tecnología.

Competencias matemáticas

El desarrollo de las competencias matemáticas es el objetivo principal de la enseñanza de las matemáticas en Colombia, según los Estándares Básicos de Competencias (2006), allí se menciona que la competencia matemática es el conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, afectivas y psicomotoras, apropiadamente relacionadas entre sí para el desempeño en contextos nuevos. Es decir, aprender por competencias se refiere a un aprendizaje significativo y comprensivo. Para alcanzar dichas competencias, es necesario tener unos ambientes de aprendizaje adecuados, donde se tengan una diversidad de herramientas y modelos didácticos, que permitan abordar situaciones problemas de diferentes maneras. El modelo didáctico propuesto en este trabajo favorece el desarrollo de dichas competencias, ya que permite el saber hacer, desde las practicas sociales, propuestas en la teoría socioepistemológica, el desarrollo del trabajo cooperativo, teniendo en cuenta su propio contexto.

El modelo didáctico construido en esta investigación es innovador ya que se aparta de los modelos tradicionales, caracterizándose por ser activo y participativo, donde los estudiantes deben asumir un rol protagónico, en la construcción de su conocimiento. Además, es un modelo apropiado para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que se enfoca en la resolución de problemas. Según los Estándares Básicos de Aprendizaje del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2006), este enfoque de resolución de problemas hace parte de los Lineamientos Curriculares y es una parte fundamental en todos los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Adicionalmente, se puede convertir en el principal eje organizador del currículo de matemáticas debido a que las situaciones problema brindan el contexto en donde los conocimientos matemáticos toman sentido y pueden contribuir a fomentar en los estudiantes un aprendizaje significativo. Además, este enfoque puede contribuir a desarrollar en los estudiantes una serie de cualidades y fortalezas como la perseverancia, la rigurosidad, el trabajo en equipo entre otros. Igualmente contribuye a fomentar en los estudiantes su imaginación, ya que este debe desplegar múltiples estrategias para llegar a la solución del problema, desarrollando su inteligencia progresivamente. Es por eso que este modelo didáctico alternativo toma importancia en el contexto colombiano, debido a que responde a las directrices dispuestas por el Ministerio de Educación Nacional, en lo que tiene que ver con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y donde se enfatiza en la importancia de la resolución de problemas.

Fases del modelo didáctico

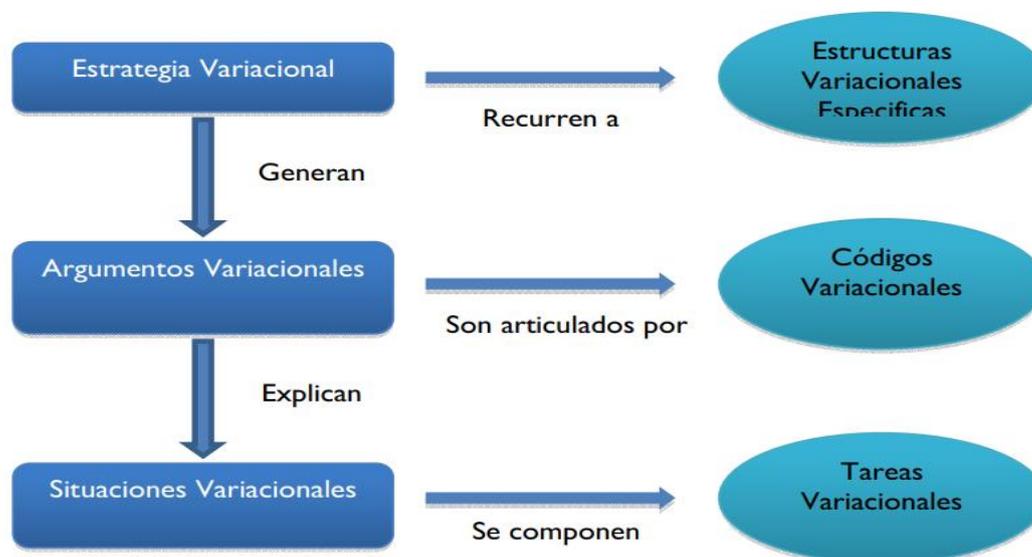
A través de esta propuesta, se propone el desarrollo de un modelo didáctico basado en la teoría socioepistemológica, y mediante cinco etapas, secuenciales, (comparación, seriación, estimación, predicción y modelación); se pretende brindar a los estudiantes y a los docentes una herramienta, que permita el desarrollo del pensamiento matemático variacional en la educación media de una manera alternativa.

En la primera etapa de la comparación, se pretende que los estudiantes identifiquen si hay cambios de estado, para luego determinar los tipos de cambios y variaciones que ocurrieron, esto se puede hacer de muchas formas, dependiendo del contexto donde se esté ubicado. En la segunda etapa de seriación, se busca que los estudiantes además de realizar comparaciones entre estados, encuentren patrones y relaciones que se pueden representar mediante tablas o gráficas. En la tercera etapa de predicción, se pretende que, a partir de las relaciones y patrones encontrados, se puedan postular estados a corto y largo plazo, donde el estudiante debe desplegar su imaginación y proyección. En la cuarta etapa de estimación los estudiantes deben calcular, hasta

qué punto se pueden proyectar los estados antes postulados y la última etapa de modelación, el estudiante debe encontrar modelos matemáticos que representen las situaciones abordadas, esta etapa también es conocida como matematización, que es lo que finalmente permitirá dar solución a la problemática presentada inicialmente.

Las actividades, diseñadas en cada una de las etapas, apuntan a que los estudiantes desarrollen el pensamiento variacional. Según Cantoral y Farfán (2003) para desarrollar este pensamiento se debe seguir el siguiente modelo (ver Figura 1):

Figura 1. Modelo



Se debe partir de una estrategia variacional, que según Salinas (2003), es una forma particular de razonar ante una situación problemática, dentro de las cuales se reconoce, la comparación, la predicción, la seriación, la estimación y la modelación, que ya fueron explicadas anteriormente en este trabajo de investigación. Estas estrategias variacionales generan argumentos variacionales que tienen que ver con la identificación de los cambios y su cuantificación, que pueden generar códigos variacionales representados mediante dibujos, tablas o modelos matemáticos que representen dichas situaciones y que pueden posteriormente, facilitar la predicción y en muchos casos su aplicación en otros contextos o en otras ciencias. Todo lo anterior produce situaciones variacionales que son básicamente tareas o acciones, dentro de las más importantes se encuentran:

- Tabulación como variación numérica: Consiste básicamente en asignar valores a una variable, que permita observar y analizar el comportamiento de un fenómeno o sistema.
- Análisis de datos en tablas numéricas: Se interpretan las tablas, relacionando los datos, encontrando relaciones y patrones.
- Construcción de gráficas con la variación como punto de referencia: Consiste en construir gráficas con base en la variación que representen la información de las tablas, con el objetivo de modelarlo.
- Análisis gráfico con la variación como punto de referencia: Se buscan patrones y se trazan elementos como asíntotas, tangentes, alturas y pendientes, que permitan analizar más a fondo dicho fenómeno.

Todos estos resultados obtenidos en cada una de las tareas variacionales servirán posteriormente para construir modelos más complejos que describan los fenómenos y que además, se pueden extrapolar a otros contextos y a diferentes ciencias.

Con los pasos descritos anteriormente se espera desarrollar el pensamiento variacional que permita a los estudiantes adquirir las competencias, sobre todo en lo que tiene que ver con la solución de problemas, abordar cursos avanzados de cálculo y física.

IV. CONCLUSIONES

La estructuración de esta propuesta desde las bases de la teoría socioepistemológica de la enseñanza de las matemáticas tiene el propósito de presentarse como una alternativa referencial en el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes de educación media.

Mediante las cinco etapas secuenciales de comparación, seriación, estimación, predicción y modelación, se propicia una progresión cognitiva coherente y contextual que facilita al estudiante ir del conocimiento habitual hasta el conocimiento de la educación formal. En esta propuesta se considera que el estudiante es un sujeto activo que participa en la construcción de su conocimiento, se valora su contexto, sus experiencias y su forma de pensar, adicionalmente, se le ofrece al docente un conjunto de herramientas estructuradas, las cuales facilitarán la mediación y construcción del conocimiento desde una perspectiva reflexiva y crítica.

Se espera que el modelo presentado tenga resultados favorables como la mejora de la competencia matemática de los estudiantes, específicamente en el desarrollo del pensamiento variacional, permitiendo fortalecer la capacidad de argumentar y la habilidad de modelar situaciones reales, lo que permitirá evidenciar el impacto potencial de la intervención.

Además de lo anterior, se espera que la propuesta pueda ser implementada en contextos educativos similares a los considerados para el estudio y que pueda generar una cultura de enseñanza conectada con la realidad contextual de los estudiantes. En tal sentido, se quiere promover una enseñanza de las matemáticas que sea más humana, inclusiva y transformadora, capaz de ir más allá de la enseñanza de contenidos a fin de formar ciudadanos críticos capaces de interpretar, cuestionar y actuar ante los fenómenos de su entorno.

V. RECOMENDACIONES

Reforzar la formación de docentes en enfoques didácticos distintos, como el socioepistemológico, es un paso necesario si se quiere transformar cómo se enseña matemáticas en el nivel medio. Esta formación debería mantenerse viva en el tiempo, invitar a la reflexión constante y estar enfocada en la práctica real, la que ocurre dentro del aula.

El uso de situaciones reales puede despertar la curiosidad de los estudiantes, por lo que se considera pertinente el contextualizar las tareas e incluirlas sistemáticamente en las planeaciones curriculares a fin de promover el desarrollo progresivo del pensamiento variacional desde grados previos a la educación media.

Incorporar las 5 etapas secuenciales (comparación, seriación, estimación predicción y modelación) favorece la transición lógica entre el conocimiento empírico y el formal promoviendo un aprendizaje significativo, por tal razón, deben ser tomadas en cuenta para estructurar guías metodológicas que organicen actividades de clase en torno a la enseñanza aprendizaje de fenómenos de variación.

El estudio de fenómenos reales y la consolidación del pensamiento matemático se puede enriquecer a partir de la implementación de actividades que tengan en cuenta otras disciplinas como ciencias naturales, economía, geografía y tecnología.

Usar herramientas digitales como GeoGebra, hojas de cálculo y simuladores permite la representación de fenómenos de variación beneficiando a los estudiantes facilitando la experimentación con datos reales, la visualización de tendencias y la validación de modelos matemáticos de manera interactiva y dinámica.

También es importante construir una cultura de evaluación centrada en el proceso usando estrategias como rúbricas, momentos de autoevaluación o registros observacionales que valoren no solo el producto final, sino también el razonamiento y las decisiones del estudiante. Se debe generar espacios de encuentro y reflexión docente en los que puedan compartirse experiencias, resolver dificultades y difundir estrategias exitosas. Esto contribuye a formar redes de aprendizaje profesional que fortalezcan continuamente la enseñanza de las matemáticas.

Y finalmente, para que todo esto tenga un impacto duradero se necesita un acompañamiento institucional serio: recolectar evidencia, observar el progreso de los estudiantes y ajustar lo necesario para que el modelo siga creciendo y pueda ser replicado en otros espacios educativos.

REFERENCIAS

- [1]. American Psychological Association. (2020). Publication manual of the American Psychological Association (7.^a ed.). <https://doi.org/10.1037/0000165-000>
- [2]. Arrieta, J. (2003). Las prácticas de la modelación como proceso de matematización en el aula [Tesis doctoral no publicada]. Cinvestav.
- [3]. Ausubel, D. P. (1968). Educational psychology: A cognitive view (1st ed.). Holt, Rinehart & Winston.
- [4]. Beyer, W. (2006). El laberinto del significado: La comunicación en el aula de matemáticas. En D. Mora & W. Serrano (Eds.), *Lenguaje, comunicación y significado en educación matemática*. Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática.
- [5]. Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.
- [6]. Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa: Desarrollo curricular*. Gedisa.
- [7]. Dienes, Z. P. (1969). *Building up mathematics*. Hutchison Education.
- [8]. Euler, L. (1988). *Introduction to analysis of the infinite* (Book I, J. Blanton, Trans.). Springer Verlag.
- [9]. Fontecha, C. (2005). *Análisis de los resultados en las pruebas Saber*. Universidad Nacional de Colombia.
- [10]. Flores R. (Ed.). (2013). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 26. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. <https://clame.org.mx/documentos/alme26.pdf>
- [11]. Freire, P. (1997). *Pedagogía de la autonomía: Saberes necesarios para la práctica educativa*. Siglo XXI.
- [12]. García Pérez, F., & Porlán Ariza, R. (2000). El Proyecto IRES (Investigación y Renovación Escolar). *Biblio 3W. Revista Bibliográfica de Geografía y Ciencias Sociales*, 64, 1–16. <http://www.ub.edu/geocrit/b3w-205.htm>
- [13]. Josefa Dólera-Almeida, & Carrillo-Gallego, D. (2023). Modelos didácticos dinámicos en la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Educación Matemática*, 38(2), 45–60.
- [14]. Lestón, P. (Ed.). (2009). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 22. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. <https://clame.org.mx/documentos/alme22.pdf>
- [15]. Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares: Matemáticas*. Magisterio.
- [16]. Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. MEN.
- [17]. Ministerio de Educación Nacional. (2019). *Marco de referencia para la evaluación ICFES*. MEN.
- [18]. Piaget, J. (1984). *La representación del mundo en el niño*. Morata.
- [19]. Pólya, G. (1934). *Cómo buscar la solución de problemas matemáticos*. Sociedad Matemática Argentina y Sociedad Matemática Española.
- [20]. Verillon, P., & Rabardel, P. (1995). Cognitions and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrument activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), 77–101.
- [21]. Villada Herrera, A. P. (2013). *Diseño e implementación de curso virtual como herramienta didáctica para la enseñanza de las funciones cuadráticas para el grado noveno en la institución educativa Gabriel García Márquez utilizando Moodle* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias, Medellín]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/11881>
- [22]. Walsh, C. (2013). *Pedagogías decoloniales: Prácticas insurgentes de resistir, (re)existir y (re)vivir*. Abya-Yala.